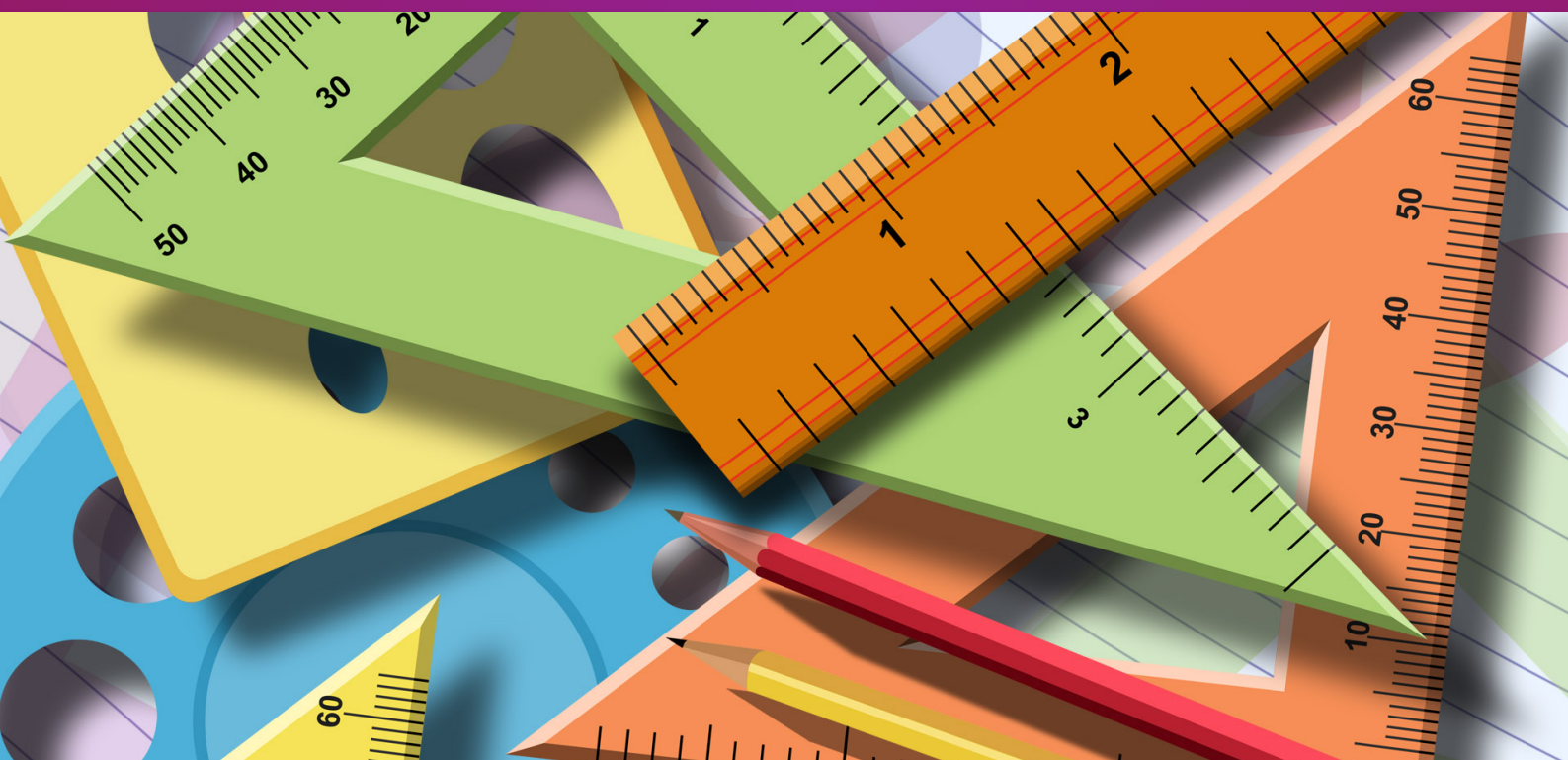


Wiskunde - MBO Niveau 4

Goniometrie



OPLEIDING: Noorderpoort MBO Niveau 4

DOCENT: H.J. Riksen

LEERJAAR: Leerjaar 2 - Periode I

UITGAVE: 2018/2019

Wiskunde - MBO Niveau 4

Goniometrie

OPLEIDING: Noorderpoort MBO Niveau 4

DOCENT: H.J. Riksen

LEERJAAR: Leerjaar 2 - Periode I

UITGAVE: 2018/2019

Inhoud

1. Hoeken en zijden uitrekenen

- 1.1 Rechthoekszijden uitrekenen
- 1.2 Schuine zijde uitrekenen
- 1.3 Hoek uitrekenen

2. Verbanden

- 2.1 Een hoek van 45°
- 2.2 Hoeken van 30° en 60°
- 2.3

Hoofdstuk I - Hoeken en zijden uitrekenen

In je vooropleiding heb je geleerd om met behulp van SOS - CAS - TOA hoeken en zijden uit te rekenen van driehoeken. Dit hoofdstuk is een herhaling van die leerstof.

I.1 Rechthoekszijden uitrekenen

In deze paragraaf krijg je te maken met rechthoekige driehoeken, waarvan je één hoek en de schuine zijde weet. Jij moet steeds de twee rechthoekszijden uitrekenen.

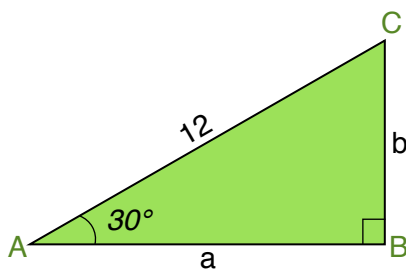
Voorbeeld:

Bereken zijde a van deze rechthoekige driehoek.

Je weet de schuine zijde ($AC = 12$) dus 'S': SOS - CAS - TOA

Zijde a is de **A**anliggende zijde, dus er komt 'A' bij: SOS - CAS - TOA

Dan blijft **CAS** over om mee te rekenen:



$$CAS : \cos A = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{a}{12} \Rightarrow a = \cos 30^\circ \times 12 = 10,4$$

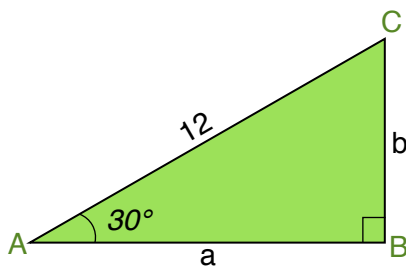
Voorbeeld:

Bereken zijde b van deze rechthoekige driehoek.

Je weet de schuine zijde ($AC = 12$) dus 'S': SOS - CAS - TOA

Zijde b is de **O**verstaande zijde, dus er komt 'O' bij: SOS - CAS - TOA

Dan blijft **SOS** over om mee te rekenen:

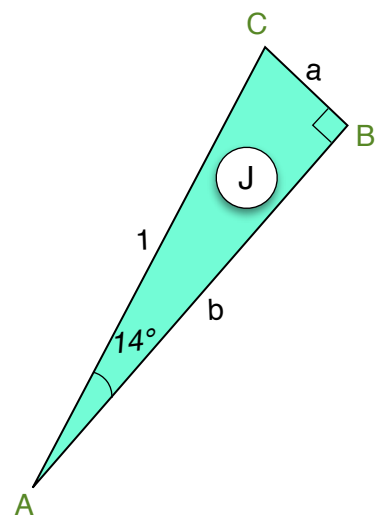
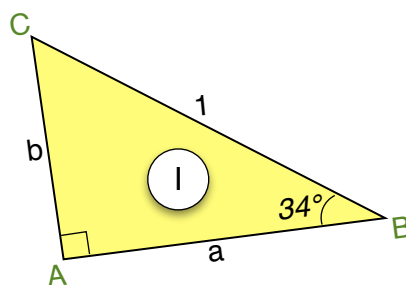
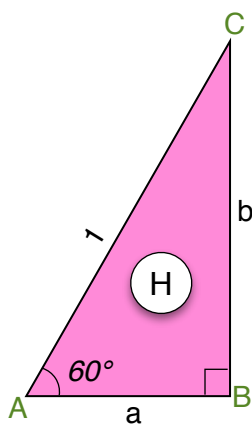
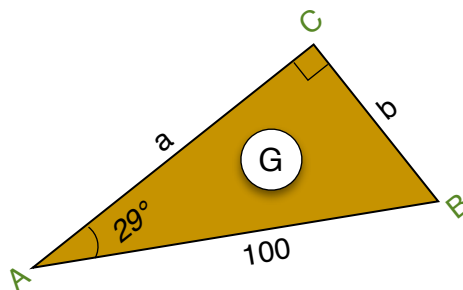
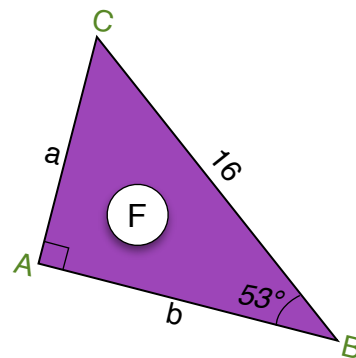
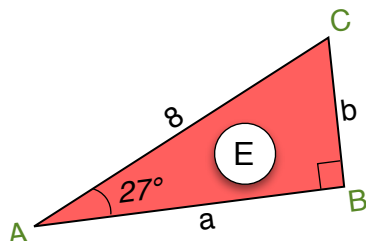
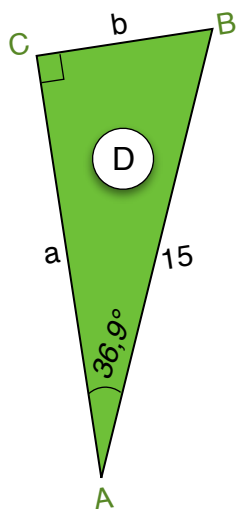
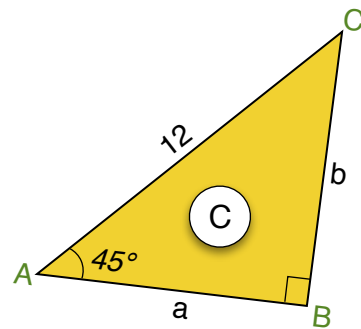
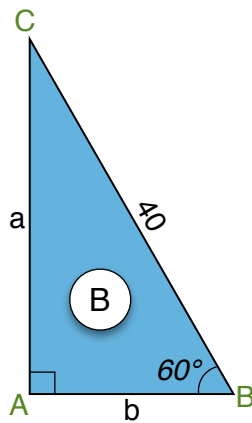
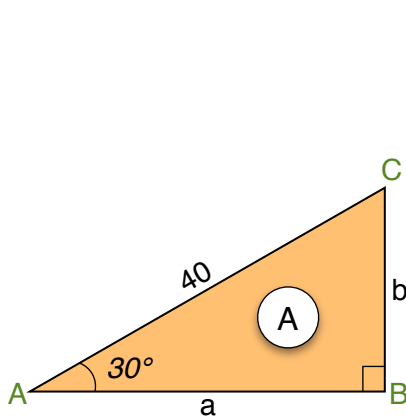


$$SOS : \sin A = \frac{\text{overst. zijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{b}{12} \Rightarrow b = \sin 30^\circ \times 12 = 6$$

OPDRACHTEN

1. Bereken steeds zijde a en b



1.2 Schuine zijde uitrekenen

In deze paragraaf krijg je te maken met rechthoekige driehoeken, waarvan je één hoek en een rechthoekszijde weet. Jij moet steeds de schuine zijde uitrekenen.

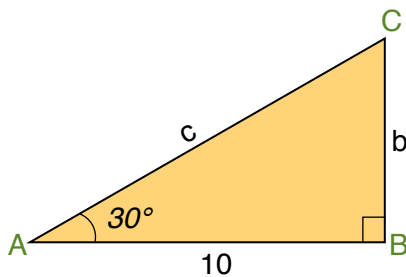
Voorbeeld:

Bereken de schuine zijde c van deze rechthoekige driehoek.

Je moet de schuine zijde berekenen, dus 'S': SOS - CAS - TOA

Je weet de **A**anliggende zijde, dus er komt 'A' bij: SOS - CAS - TOA

Dan blijft **CAS** over om mee te rekenen:



$$\begin{aligned} \text{CAS : } \cos A &= \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}} \\ \Rightarrow \cos 30^\circ &= \frac{10}{c} \Rightarrow c = \frac{10}{\cos 30^\circ} = 11,5 \end{aligned}$$

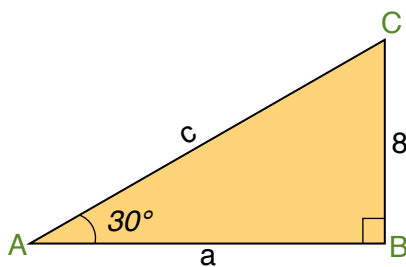
Voorbeeld:

Bereken de schuine zijde c van deze rechthoekige driehoek.

Je moet de schuine zijde berekenen, dus 'S': SOS - CAS - TOA

Je weet de **O**verstaande zijde, dus er komt 'O' bij: SOS - CAS - TOA

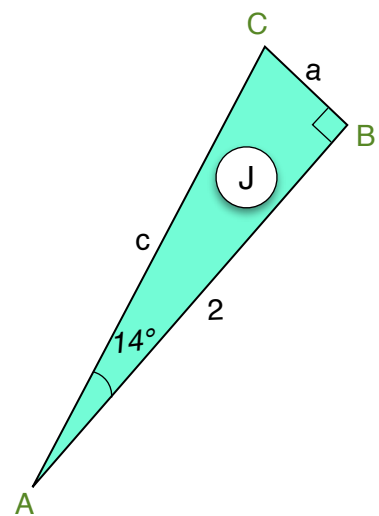
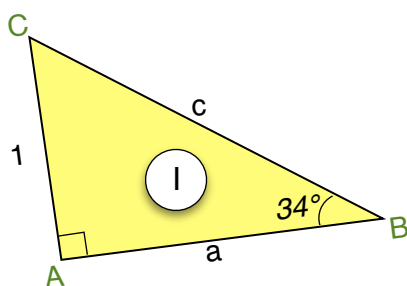
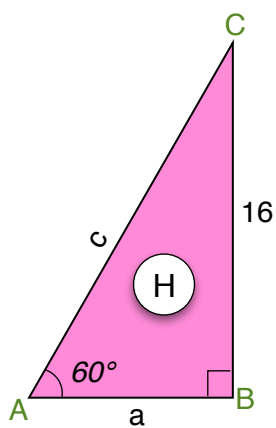
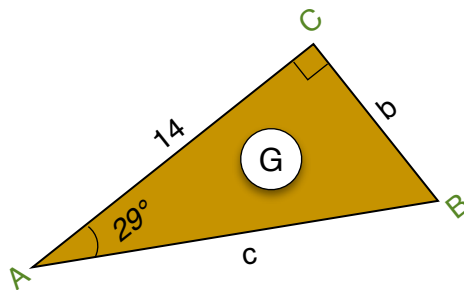
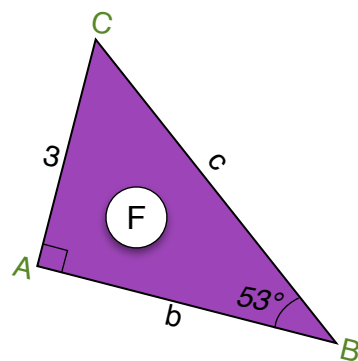
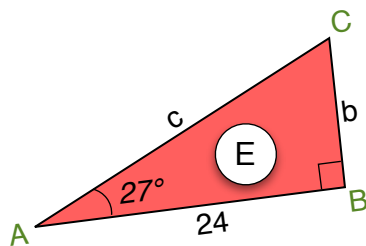
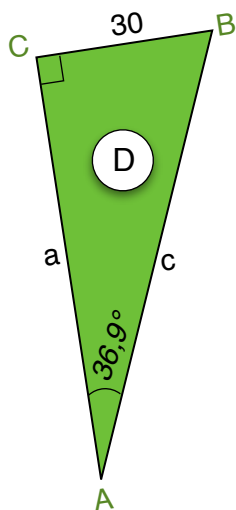
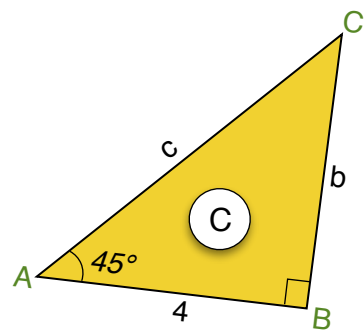
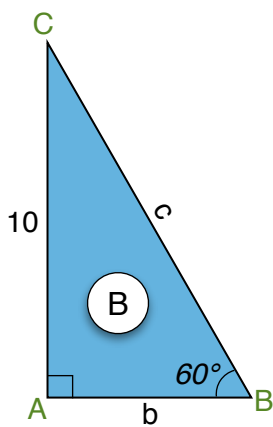
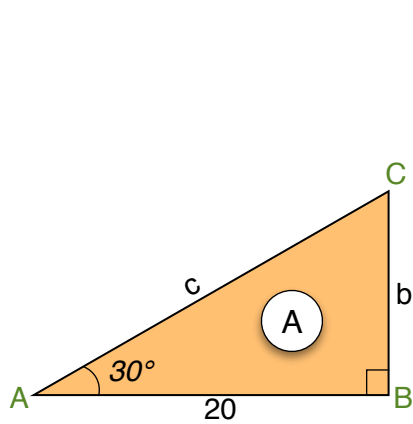
Dan blijft **SOS** over om mee te rekenen:



$$\begin{aligned} \text{SOS : } \sin A &= \frac{\text{overst. zijde}}{\text{schuine zijde}} \\ \Rightarrow \sin 30^\circ &= \frac{8}{c} \Rightarrow c = \frac{8}{\sin 30^\circ} = 16 \end{aligned}$$

OPDRACHTEN

2. Bereken steeds zijde c



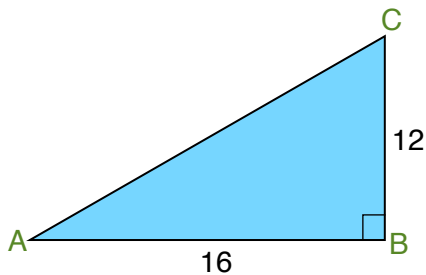
1.3 Hoek uitrekenen

In deze paragraaf krijg je te maken met rechthoekige driehoeken, waarvan je steeds twee zijden weet. Jij moet de hoek uitrekenen.

Voorbeeld:

Bereken hoek A als je zijde a en b weet.

Je weet de **A**anliggende en de **O**verstaande zijde, dus dat is een 'A' en een 'O': **SOS** - **CAS** - **TOA**



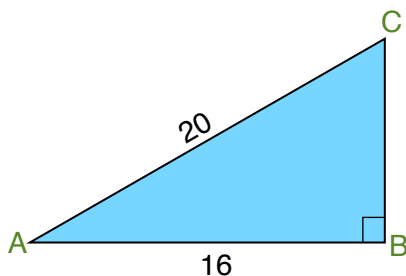
$$TOA : \tan A = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{aanliggende zijde}}$$

$$\Rightarrow \tan A = \frac{12}{16} = 0,75 \Rightarrow \angle A = \tan^{-1} 0,75 = 36,9^\circ$$

Voorbeeld:

Bereken hoek A als je zijde a en c weet.

Je weet de **A**anliggende en de **S**chuine zijde, dus dat is een 'A' en een 'S': **SOS** - **CAS** - **TOA**



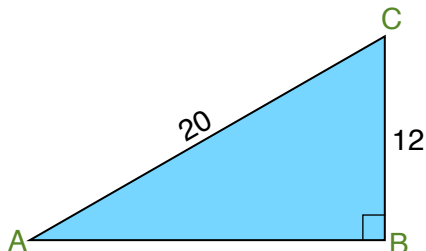
$$CAS : \cos A = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow \angle A = \cos^{-1} 0,8 = 36,9^\circ$$

Voorbeeld:

Bereken hoek A als je zijde b en c weet.

Je weet de **O**verstaande en de **S**chuine zijde, dus dat is een 'O' en een 'S': **SOS** - **CAS** - **TOA**

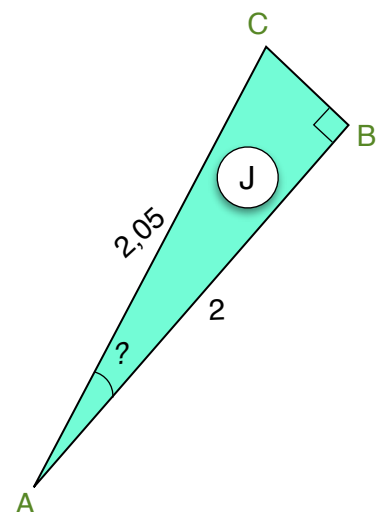
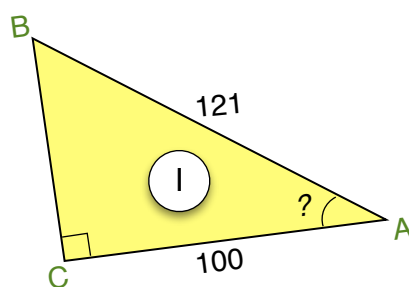
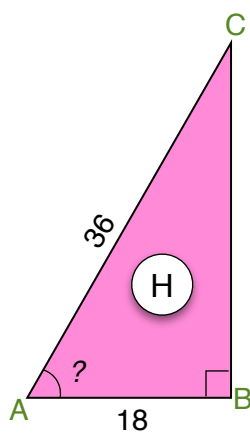
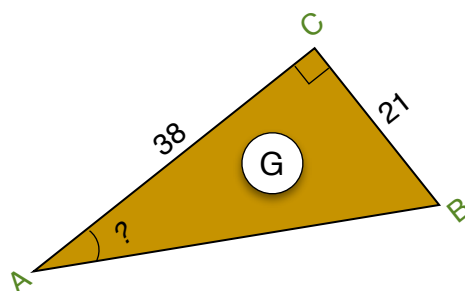
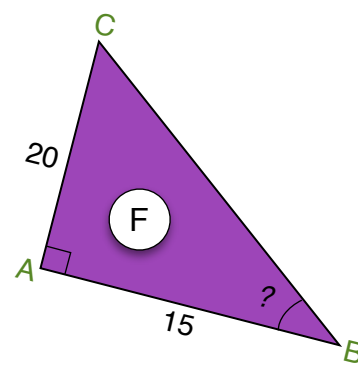
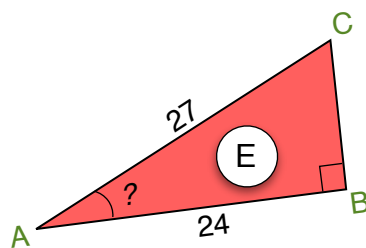
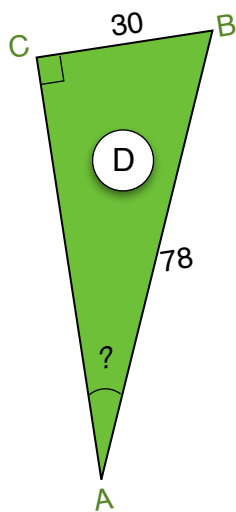
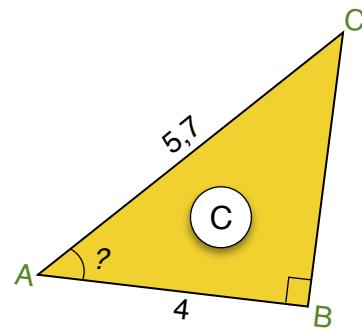
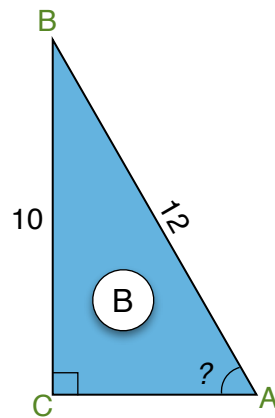
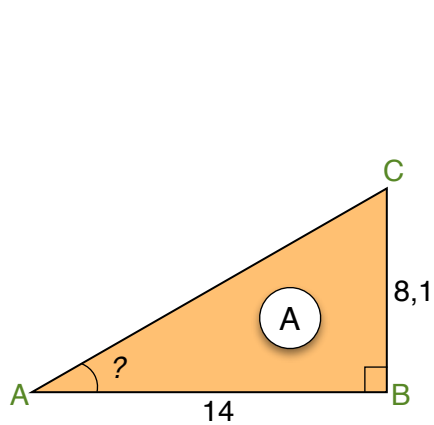


$$SOS : \sin A = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{12}{20} = 0,6 \Rightarrow \angle A = \sin^{-1} 0,6 = 36,9^\circ$$

OPDRACHTEN

3. Bereken steeds hoek A.



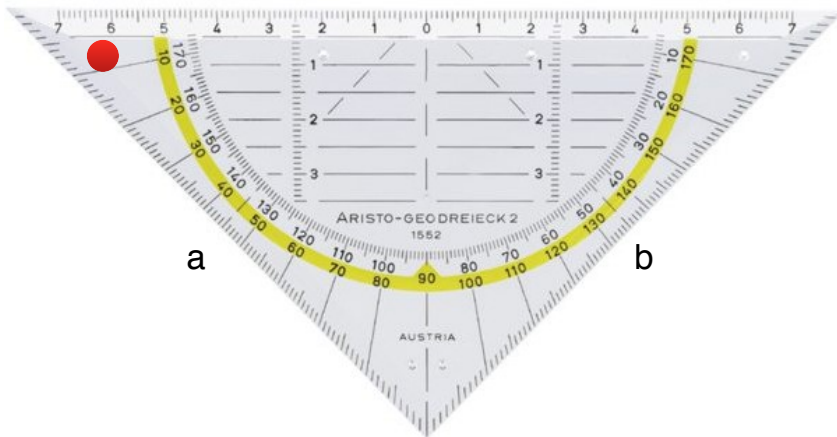
Hoofdstuk 2 - Verbanden

2.1 Een hoek van 45°

Je geodriehoek is een driehoek met twee gelijke benen en twee hoeken van 45°.

De lange zijde is 16 cm lang.

We gaan nu beide andere zijden (gemarkeerd met a en b) uitrekenen, vanuit dezelfde hoek, gemarkeerd met een rode stip.



Zijde a = aanliggend en we weten schuin, dus: $a = \cos 45^\circ \times 16 = 11,3 \text{ cm}$

Zijde b = overstaand en we weten schuin, dus: $b = \sin 45^\circ \times 16 = 11,3 \text{ cm}$

Hieruit kunnen we concluderen dat de sinus van 45° gelijk is aan de cosinus van 45°.

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$$

2.2 Hoeken van 30° en 60°

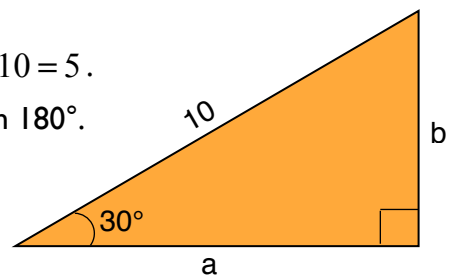
In deze driehoek kunnen we zijde b uitrekenen met: $b = \sin 30^\circ \times 10 = 5$.

De andere hoek in de driehoek is 60°, want samen zijn alle hoeken 180°.

Als we nu vanuit die hoek zijde b uitrekenen komen we op:

$$b = \cos 60^\circ \times 10 = 5.$$

Met andere woorden: de cosinus van 60° = sinus 30° en andersom.



$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$$

OPDRACHTEN

4. Iemand staat op 6 meter afstand van een boom en houdt een grote geodriehoek bij zijn ogen, zodat hij de boomtop precies onder een hoek van 45° ziet.

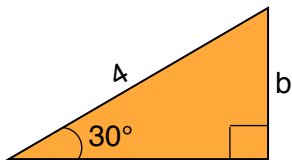
De ogen van deze persoon bevinden zich 1,73 m boven de grond.

Hoe hoog is de boom?

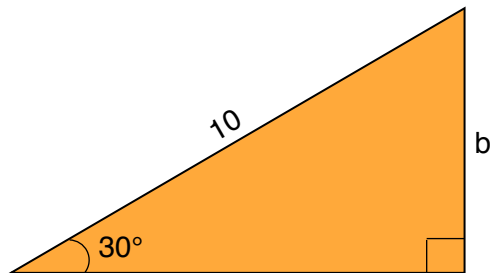


5. Bereken zijde b.

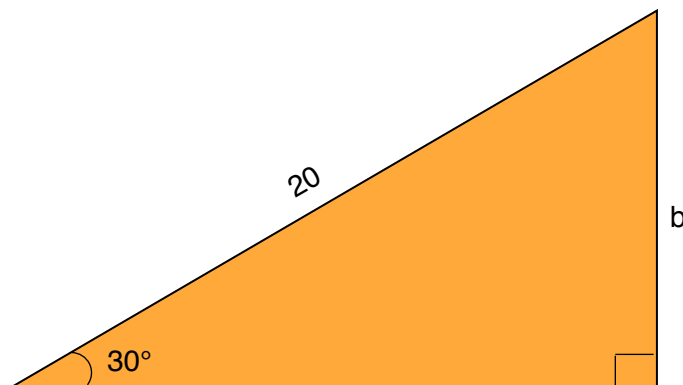
a)



b)

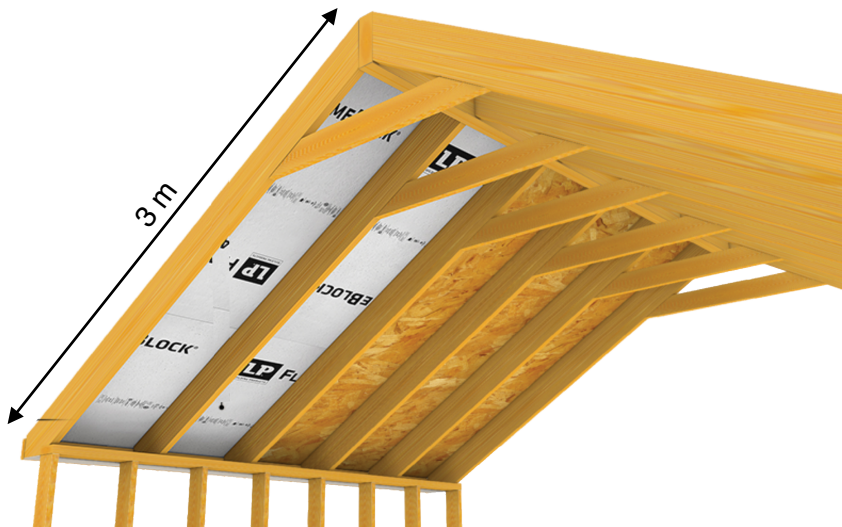


c)



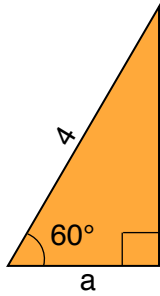
d) Bij een hoek van 30° is de overstaande zijde blijkbaar precies de helft van de schuine zijde. Bereken $\sin 30^\circ$.

6. Iemand is een schuur aan het bouwen met een dakhelling van 30° . Een dakbalk is 3 meter lang. Er komt een zoldervloer in de schuur. Kun je op die zolder rechtop staan?

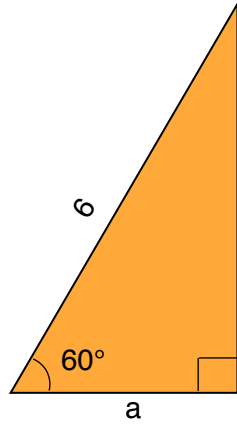


7. Bereken zijde a.

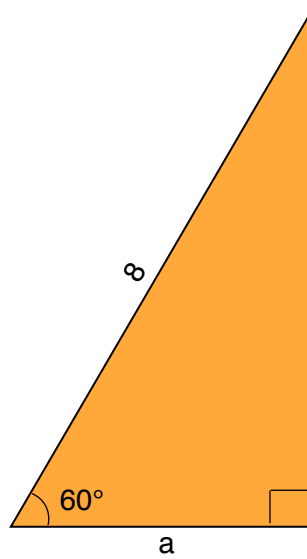
a)



b)



c)



d) Bij een hoek van 60° is de aanliggende zijde blijkbaar precies de helft van de schuine zijde. Bereken $\cos 60^\circ$.

8. In Smilde staat een toren van 300 m hoog. Hij wordt gebruikt voor radio, televisie en telefoonverbindingen. De toren is verankerd met 12 stalen kabels die aan betonblokken bevestigd zijn.

Het betonblok op de foto staat 115 m van de toren af.

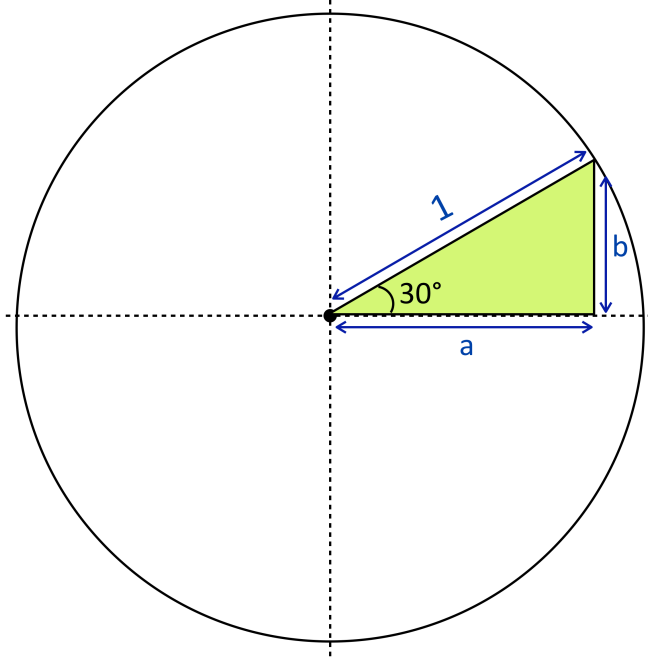
Hoe lang is de kabel als deze onder een hoek van 60° omhoog gaat?



Hoofdstuk 3 - De éénheidscirkel

3.1 Een driehoek in een cirkel

Stel je eens voor dat je een grote cirkel hebt met straal $r = 1$. Bijvoorbeeld $r = 1$ meter. In die cirkel teken je vervolgens driehoeken, waarbij de schuine zijde altijd loopt van het middelpunt naar de cirkelrand. De schuine zijde is dan altijd gelijk aan 1.



Zijde a berekenen we met de cosinus: $a = \cos 30^\circ \times 1 = 0,87 \times 1 = 0,87$

Zijde b berekenen we met de sinus: $b = \sin 30^\circ \times 1 = 0,5 \times 1 = 0,5$

Omdat de schuine zijde 1 is, vermenigvuldig je de sinus en cosinus van de hoek met 1 om de lengtes van de zijden te krijgen. Maar een vermenigvuldiging met 1 verandert niets aan het getal.

Je kunt in dit geval de vermenigvuldiging met 1 weglaten:

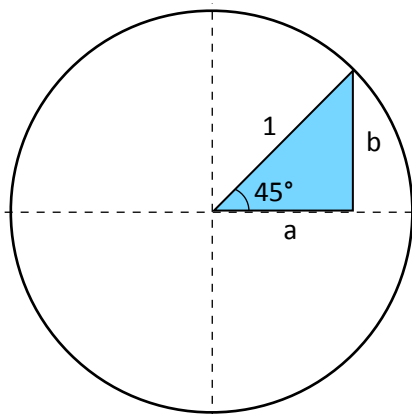
Zijde a: $a = \cos 30^\circ = 0,87$

Zijde b: $b = \sin 30^\circ = 0,5$

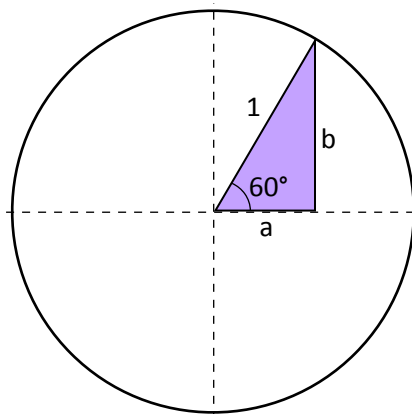
OPDRACHTEN

9. Bereken steeds zijde a en b

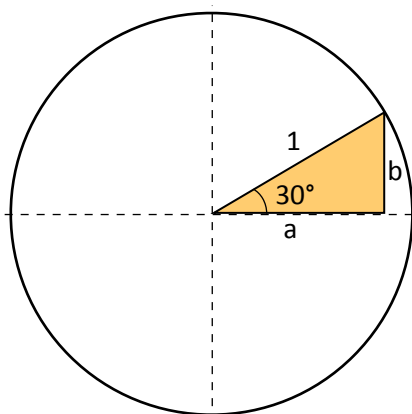
a)



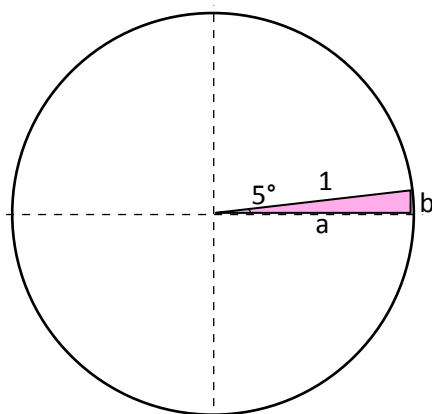
b)



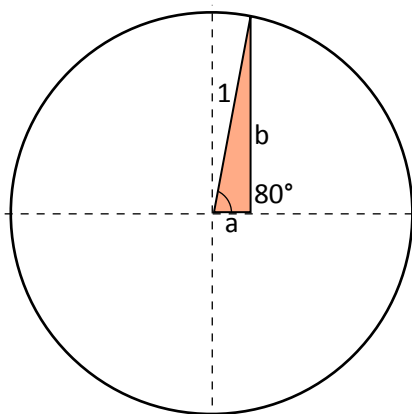
c)



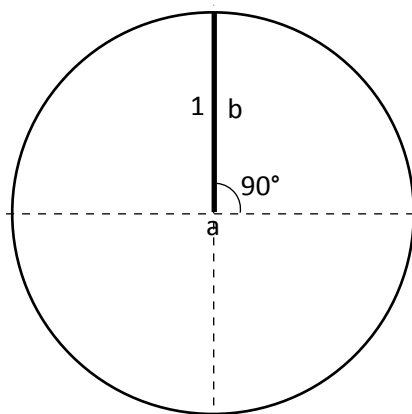
d)



e)

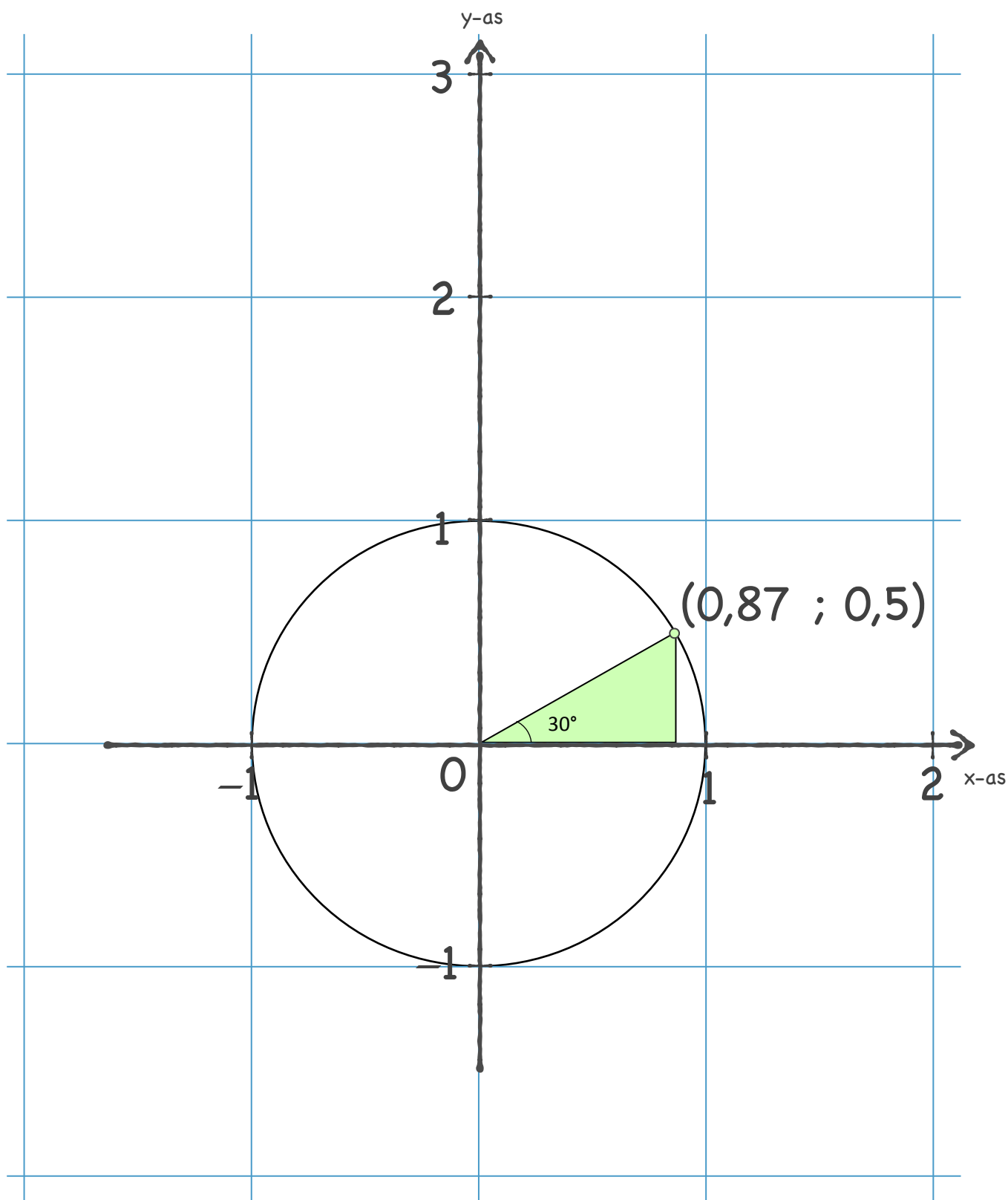


f)



3.2 De eenheidscirkel in een assenstelsel

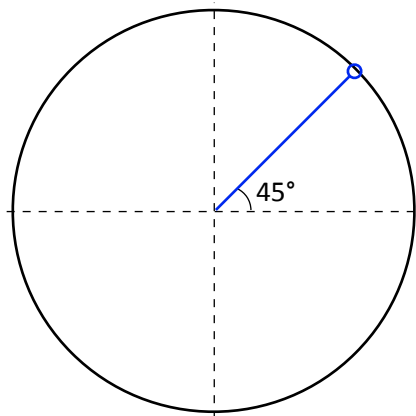
Als je de eenheidscirkel in een assenstelsel tekent, kun je de punt van de driehoek die op de cirkelrand ligt met coördinaten aangeven. De x-coördinaat is de cosinus van de hoek en de y-coördinaat is de sinus van de hoek.



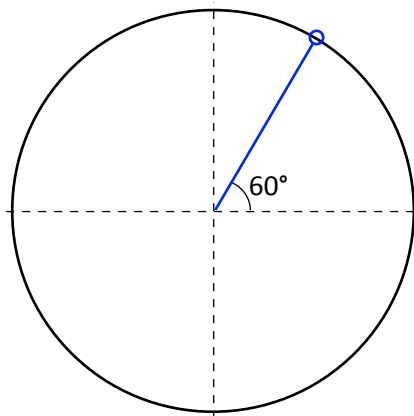
OPDRACHTEN

10. Hieronder staan steeds punten aangegeven op de rand van de eenheidscirkel. Geef de coördinaten van deze punten.

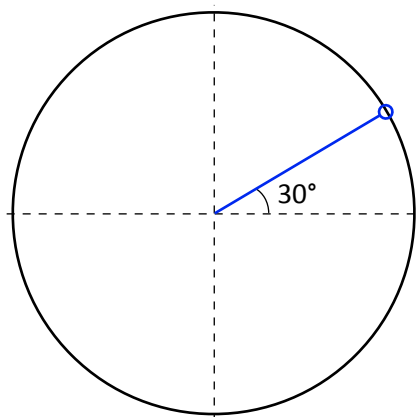
a)



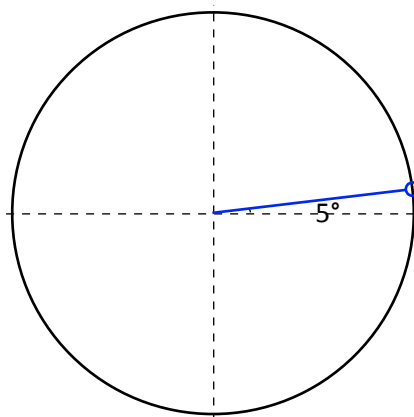
b)



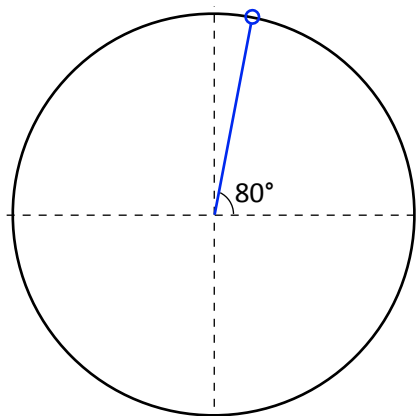
c)



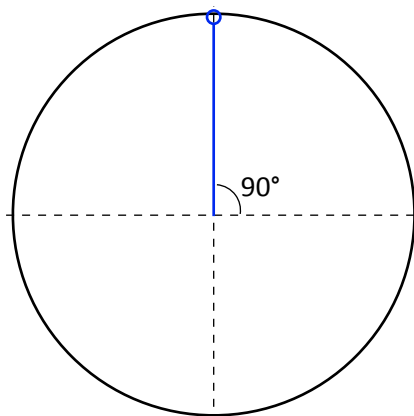
d)



e)



f)



1. Een robot kun je vaak programmeren met behulp van coördinaten. Als die coördinaten op een cirkel liggen, kun je de cosinus en de sinus gebruiken om de x- en y-coördinaat te bepalen.

Bepaal de x- en y-coördinaat van de aangegeven wielbout ten opzichte van het middelpunt (de as).

